

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 25.11.2025 20:28:35  
Уникальный программный ключ:  
20b84ea6d19ea7c3c751cc085694170edec7  
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Приложение A

(обязательное к рабочей программе дисциплины)

ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет»

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»

Уровень образования

**Бакалавриат**

(бакалавриат/магистратура/специалитет)

Направление подготовки бакалавриата/магистратуры/специальность

**09.03.04 –«Программная инженерия»**

(код, наименование направления подготовки/специальности)

Профиль направления подготовки/специализация

**«Разработка программно-информационных систем»**

(наименование)

Разработчик

  
подпись

**Н.И. Девлетмирзаева**

(ФИО уч. степень, уч. звание)

Фонд оценочных средств обсужден на заседании кафедры ПОВТиАС «15» июня 2021 г.,  
протокол № 10

Зав. кафедрой

  
подпись

**Т.Г. Аигумов, к.э.н., доцент**

(ФИО уч. степень, уч. звание)

Махачкала, 2021 г.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Область применения, цели и задачи фонда оценочных средств
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля)
  - 2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП
    - 2.1.2. Этапы формирования компетенций
    - 2.2. Показатели уровней сформированности компетенций на этапах их формирования, описание шкал оценивания
      - 2.2.1. Показатели уровней сформированности компетенций на этапах их формирования
      - 2.2.2. Описание шкал оценивания
    3. Типовые контрольные задания, иные материалы и методические рекомендации, необходимые для оценки сформированности компетенций в процессе освоения ОПОП
      - 3.1. Задания и вопросы для входного контроля
      - 3.2. Оценочные средства и критерии сформированности компетенций
      - 3.3. Задания для промежуточной аттестации (зачета и (или) экзамена)

## **1. Область применения, цели и задачи фонда оценочных средств**

Фонд оценочных средств (ФОС) является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся (в т.ч. по самостоятельной работе студентов, далее – СРС), освоивших программу данной дисциплины.

Целью фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.03 – «Программная инженерия».

Задачи фонда оценочных средств заключаются в контроле и оценке входных, текущих, промежуточных и остаточных знаний студента на соответствие их компетенциям, предусмотренным в рабочей программе дисциплины.

Рабочей программой дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» предусмотрено формирование следующих профессиональных компетенций:

УК-1. Способен осуществлять концептуальное, функциональное и логическое проектирование систем среднего и крупного масштаба и сложности;

ОПК-1. Способен обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.

## **2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля)**

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля), и используемые оценочные средства приведены в таблице 1.

## 2.1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП

Таблица 1

Код и наименование формируемой компетенции	Код и наименование индикатора достижения формируемой компетенции	Критерии оценивания	Наименование контролируемых разделов и тем <sup>1</sup>
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает и понимает универсальный характер законов математической логики, роль и место математики в системе наук; Знает терминологию алгебры логики, основные приемы логических доказательств.	Темы 1 - 17
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности.	Умеет использовать символику математической логики для выражения количественных и качественных отношений объектов; Умеет применять законы математической логики в различных областях человеческой деятельности, делать научно-обоснованные выводы и обобщения	Темы 1 - 17
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска,	Владеет навыками применения методов математической логики в инженерной и научной деятельности; Владеет законами логики математиче-	Темы 1 - 17

<sup>1</sup>Наименования разделов и тем должен соответствовать рабочей программе дисциплины.

	создания научных текстов	ских рассуждений.	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК 1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знает и понимает значимость математической науки для решения различных задач, возможности и границы использования математических методов, основные направления развития современной математики.	Темы 1 - 17
	ОПК 1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общепрофессиональных знаний, методов математического анализа и моделирования	Умеет оценивать сложность задачи и выбирать эффективные алгоритмы решения при реализации прикладных задач; Умеет применять методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения научных проблем, применять на практике методы системного анализа исследований в области математики; выявлять причинно-следственные связи, делать научно обоснованные выводы и обобщения	Темы 1 - 17
	ОПК 1.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Владеет культурой математического мышления, навыками аргументации и использования языка науки, совокупностью критических методов оценки полученных данных,	Темы 1 - 17

## 2.1.2. Этапы формирования компетенций

Сформированность компетенций по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» определяется на следующих трех этапах:

1. Этап текущих аттестаций (текущие аттестации 1-3; СРС; КР)

2. Этап промежуточных аттестаций (экзамен)

**Таблица 2 – Этапы формирования компетенций**

Код и наименование формируемой компетенции	Код и наименование индикатора достижения формируемой компетенции	Этапы формирования компетенции					
		Этап текущих аттестаций				Этап промежуточной аттестации	
		1-5 неделя	6-10 неделя	11-15 неделя	1-17 неделя	18-20 неделя	
		Текущая аттестация №1	Текущая аттестация №2	Текущая аттестация №3	СРС	КР/КП	Промежуточная аттестация
1		2	3	4	5	6	7
УК-2	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3		нет	Вопросы для проведения экзамена
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках выбранных видов профессиональной деятельности.	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3			
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3			
ОПК-1	ОПК 1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3		нет	Вопросы для проведения экзамена
	ОПК 1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний,	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3			

	методов математического анализа и моделирования					
	ОПК 1.3. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3		

## 2.2. Показатели уровней сформированности компетенций на этапах их формирования, описание шкал оценивания

### 2.2.1. Показатели уровней сформированности компетенций на этапах их формирования

Результатом освоения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» является установление одного из уровней сформированности компетенций: высокий, повышенный, базовый, низкий.

Таблица 3

Уровень	Универсальные компетенции	Общепрофессиональные/профессиональные компетенции
Высокий (оценка «отлично», «зачтено»)	<p>Сформированы четкие системные знания и представления по дисциплине.</p> <p>Ответы на вопросы оценочных средств полные и верные.</p> <p>Даны развернутые ответы на дополнительные вопросы.</p> <p>Обучающимся продемонстрирован высокий уровень освоения компетенции</p>	<p>Обучающимся усвоена взаимосвязь основных понятий дисциплины, в том числе для решения профессиональных задач.</p> <p>Ответы на вопросы оценочных средств самостоятельны, исчерпывающие, содержание вопроса/задания оценочного средства раскрыто полно, профессионально, грамотно. Даны ответы на дополнительные вопросы.</p> <p>Обучающимся продемонстрирован высокий уровень освоения компетенции</p>
Повышенный (оценка «хорошо», «зачтено»)	<p>Знания и представления по дисциплине сформированы на повышенном уровне.</p> <p>В ответах на вопросы/задания оценочных средств изложено понимание вопроса, дано достаточно подробное описание ответа, приведены и раскрыты в тезисной форме основные понятия.</p> <p>Ответ отражает полное знание материала, а также наличие, с незначительными пробелами, умений и навыков по изучаемой дисциплине. Допустимы единичные негрубые ошибки.</p> <p>Обучающимся продемонстрирован повышенный уровень освоения компетенции</p>	<p>Сформированы в целом системные знания и представления по дисциплине.</p> <p>Ответы на вопросы оценочных средств полные, грамотные.</p> <p>Продемонстрирован повышенный уровень владения практическими умениями и навыками.</p> <p>Допустимы единичные негрубые ошибки по ходу ответа, в применении умений и навыков</p>
Базовый (оценка «удовлетворительно», «зачтено»)	<p>Ответ отражает теоретические знания основного материала дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшего освоения ОПОП.</p> <p>Обучающийся допускает неточности в ответе, но</p>	<p>Обучающийся владеет знаниями основного материала на базовом уровне.</p> <p>Ответы на вопросы оценочных средств неполные, допущены существенные ошибки. Продемонстрирован</p>

Уровень	Универсальные компетенции	Общепрофессиональные/ профессиональные компетенции
	<p>обладает необходимыми знаниями для их устранения.</p> <p>Обучающимся продемонстрирован базовый уровень освоения компетенции</p>	<p>базовый уровень владения практическими умениями и навыками, соответствующий минимально необходимому уровню для решения профессиональных задач</p>
Низкий (оценка «неудовлетворительно», «не зачтено»)	Демонстрирует полное отсутствие теоретических знаний материала дисциплины, отсутствие практических умений и навыков	

## 2.2.2. Описание шкал оценивания

В ФГБОУ ВО «ДГТУ» внедрена модульно-рейтинговая система оценки учебной деятельности студентов. В соответствии с этой системой применяются пятибалльная, двадцатибалльная и стобалльная шкалы знаний, умений, навыков.

Шкалы оценивания		Критерии оценивания		
«Неудовлетворительно» - 2 баллов	«Удовлетворительно» - 3 баллов	«Хорошо» - 4 баллов	«Отлично» - 5 баллов	Пятибалльная
«Неудовлетворительно» - 1-11 баллов	«Удовлетворительно» - 12 - 14 баллов	«Хорошо» - 15 - 17 баллов	«Отлично» - 18-20 баллов	двадцатибалльная
«Неудовлетворительно» - 1-55 баллов		«Хорошо» - 56 – 69 баллов	«Отлично» - 85 – 100 баллов	Стобалльная

Показывает высокий уровень сформированности компетенций, т.е.:

- продемонстрирует глубокое и прочное усвоение материала;
- исчерпывающе, четко, последовательно, грамотно и логически стройно излагает теоретический материал;
- правильно формирует определения;
- демонстрирует умения самостоятельной работы с нормативно-правовой литературой;
- умеет делать выводы по излагаемому материалу.

Показывает достаточный уровень сформированности компетенций, т.е.:

- демонстрирует достаточно полное знание материала, основных теоретических положений;
- достаточно последовательно, грамотно логически стройно излагает материал;
- демонстрирует умения ориентироваться в нормальной литературе;
- умеет делать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.

Показывает пороговый уровень сформированности компетенций, т.е.:

- демонстрирует общее знание изучаемого материала;
- испытывает серьезные затруднения при ответах на дополнительные вопросы;
- знает основную рекомендуемую литературу;
- умеет строить ответ в соответствии со структурой излагаемого материала.

Ставится в случае:

- незнания значительной части программного материала;
- не владения понятийным аппаратом дисциплины;
- допущения существенных ошибок при изложении учебного материала;
- неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса;
- неумение делать выводы по излагаемому материалу.

### **3. Типовые контрольные задания, иные материалы и методические рекомендации, необходимые для оценки сформированности компетенций в процессе освоения ОПОП**

#### **3.1. Задания и вопросы для входного контроля**

1. Множества. Понятие функции в терминах теории множеств.
2. Отношения на множествах. Свойства и виды отношений.
3. Модель и моделирование в терминах множеств.
4. Теоретико - множественное определение графа. Способы задания графов. Классификация графов.
5. Графы-деревья: определения, бинарные и п-арные деревья. Перечисление деревьев, алгоритм получения частичного дерева.
6. Элементарные двуместные булевы функции.
7. Закон двойственности в алгебре логики.
8. Нормальные формы функции алгебра логики
9. Законы (равносильности) алгебры логики.
9. Минимизация функций алгебра логики.

#### **3.2. Оценочные средства и критерии сформированности компетенций**

##### **Задания для текущих аттестаций**

##### **Комплект заданий для контрольной работы №1 для первой аттестации**

Время выполнения 60 мин.

- Количество вариантов контрольной работы - 5
- Количество заданий в каждом варианте контрольной работы - 5
- Форма работы – самостоятельная, индивидуальная.

##### **Вариант 1**

1. Высказывание и высказывательная форма. Логические связки.
2. Обратные и противоположные высказывания. Закон контрапозиции.
3. Задание 1

Пусть  $a$  – высказывание «Студент Иванов изучает английский язык»,  $b$  – высказывание «Студент Иванов успевает по математической логике». Дать словесную формулировку высказываний:

$$1) \ a \wedge \bar{b} \quad 2) \ a \rightarrow b \quad 3) \ \bar{b} \leftrightarrow \bar{a}$$

4. Задание 2.

Определите правильность аргумента

$$\frac{\neg P \vee Q, \neg P \vee S, \neg S}{\neg P}$$

5. Задание 3.

Ниже приведены легенды. Запишите с использованием 4-6 различных букв формулы, отвечающие тексту:

Если усложнить схему устройства, то возрастет его производительность, а если использовать новую элементную базу, то увеличится период эксплуатации. Устройства начнут хорошо раскупать только при одновременном росте его производительности и периода эксплуатации. Но устройство не пользуется спросом.

## Вариант 2

1. Истинностные таблицы высказываний для основных логических операций.
2. Логическое следование: аргумент, посылки, заключение. Формальная запись аргумента, правильные и неправильные аргументы.
3. Задание 1.  
Среди следующих высказываний указать элементарные и составные. В составных высказываниях выделить элементарные высказывания и грамматические связи:
  - 1) число 27 не делится на 3;
  - 2) число 15 делится на 5 и на 3;
  - 3) если число 126 делится на 9, то оно делится на 3;
  - 4) число 7 является делителем числа 42;
  - 5) число 1269 делится на 9 тогда и только тогда, когда 18 делится на 9.
4. Задание 2.  
Определите правильность аргумента
$$\neg P \vee \neg Q, R \vee \neg Q, \neg P$$

$$\mathbf{R} \vee \neg P$$

5. Задание 3.  
Ниже приведены легенды. Запишите с использованием 4-6 различных букв формулы, отвечающие тексту:  
Преступник изготовит партию фальшивых денег, если у него имеются соответствующие материалы и работает станок. Эти два условия, к сожалению, выполняются. Однако фальшивые деньги не появятся, если хорошо работает милиция. Полиция же работает хорошо тогда и только тогда, когда каждый милиционер получает высокую зарплату. Увы, пока такой зарплаты нет, но есть высокая сознательность всех работников полиции.

## Вариант 3

1. Формулы и формализация высказываний. Способы нахождения значения формулы.
2. Аксиомы ИВ, системы аксиом.
3. Задание 1.  
Какие из следующих импликаций истинны:
  - 1) если  $232 = 4$ , то  $2 < 3$ ;
  - 2) если  $232 = 4$ , то  $2 > 3$ ;
  - 3) если  $232 = 5$ , то  $2 < 3$ ;
  - 4) если  $232 = 5$ , то  $2 > 3$ .
4. Задание 2.  
Определите правильность аргумента
$$P \rightarrow Q, P \rightarrow S, Q \vee S$$
5. Задание 3.  
Ниже приведены легенды. Запишите с использованием 4-6 различных букв формулы, отвечающие тексту:  
Увеличение денег в обращении влечет за собой инфляцию. Но рост денежной массы происходит по двум причинам: из-за денежной эмиссии или снижения товарооборота. Снижение товарооборота приводит к безработице и спаду производства. Из-за инфляции падает курс денежной единицы. Рекомендации экономиста Иванова: увеличить денежную эмиссию и поднять производство, тогда избежим безработицы, и курс денежной единицы останется неизменным.

#### Вариант 4

1. Общезначимость высказываний.
2. Правила вывода в исчислении высказываний: правило заключения (modus ponens), правило подстановки.
3. Задание 1.

Выясните, в каких случаях приведенные ниже данные противоречивы:

- |                            |                          |
|----------------------------|--------------------------|
| 1) $a = I, a \wedge b = L$ | 2) $a = I, a \vee b = L$ |
| 3) $a = I, a \wedge b = I$ | 4) $a = I, a \vee b = I$ |
| 5) $a = L, a \wedge b = I$ | 6) $a = L, a \vee b = I$ |
| 7) $a = L, a \wedge b = L$ | 8) $a = L, a \vee b = L$ |

4. Задание 2.

Определите правильность аргумента

$$\frac{P \rightarrow Q \neg R \rightarrow \neg Q, \neg R}{\neg P}$$

5. Задание 3.

Ниже приведены легенды. Запишите с использованием 4-6 различных букв формулы, отвечающие тексту:

Уменьшение температуры приводит к снижению давления и уменьшению объема. Увеличение объема приводит к росту скорости потока. Повышение давления приводит к падению уровня, если при этом уменьшать температуру. Снижение скорости приводит к уменьшению давления или росту температуры. Технолог Иванов рассудил так: «Мне надо повысить давление при одновременном снижении скорости потока, поэтому я должен увеличить объем и температуру».

#### Вариант 5

1. Логическая равносильность. Основные равносильности в исчислении высказываний. Законы логики Аристотеля.
2. Требования к системе аксиом.
3. Задание 1.

Пусть  $x = L$ ,  $y = I$ ,  $z = I$ . Определить логические значения нижеследующих сложных высказываний:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $x \wedge (y \wedge z);$                         | 2) $(x \wedge y) \wedge y;$   |
| 3) $x \rightarrow (y \rightarrow z);$               | 4) $x \wedge y \rightarrow z;$  |
| 5) $(x \wedge y) \leftrightarrow (z \vee \bar{y});$ | 6) $((x \vee y) \wedge z) \leftrightarrow ((x \wedge z) \vee (y \wedge z))$ |

4. Задание 2.

Определите правильность аргумента

$$\frac{S \vee T, T \rightarrow R, S \rightarrow Z}{R \vee Z}$$

5. Задание 3.

Ниже приведены легенды. Запишите с использованием 4-6 различных букв формулы, отвечающие тексту:

Падение авторитета власти происходит тогда и только тогда, когда нарастает анархия в обществе. Нарастание анархии в обществе равносильно появлению на политической арене безответственных политиков. Появление подобных политиков приводит к тому, что они высказывают абсурдные идеи. Высказывание политиками таких идей демонстрирует неспособность их управлять страной. Итак, падение авторитета власти приводит к появлению политиков, не способных управлять страной.

**Комплект заданий для контрольной работы №2 для первой аттестации**  
Время выполнения 60 мин.

- Количество вариантов контрольной работы - 5
- Количество заданий в каждом варианте контрольной работы - 5
- Форма работы – самостоятельная, индивидуальная.

**Вариант1**

1. Понятие предиката. Местность предиката.
2. Алгебра предикатов.
3. Задание 1.

Доказать или опровергнуть теорему с помощью теоремы дедукции (2-я версия):

Посылки:  $A \leftrightarrow B \wedge C, D \rightarrow B, \neg D \wedge C,$

Теорема:  $\neg A.$

4. Задание 2.

Записать, введя необходимые предикаты, в виде формулы логики предикатов следующее рассуждение:

Если всякий разумный философ – циник, и только женщины являются разумными философами, то тогда, если существуют разумные философы, некоторые из женщин – циники.

5. Задание 3.

Пусть даны предикаты на множестве натуральных чисел:

$P(x)$ : « $x$  простое число»,

$D(x,y)$ : « $x$  делится на  $y$ ».

Предложение «Любое простое число не делится на 2, а также не делится на 3» в символьной форме записывается в виде:

- $\forall x D(x,y) \vee \exists x P(x)$
- $\forall x (\neg D(x,2) \wedge \neg D(x,3) \rightarrow P(x))$
- $\forall x (P(x) \rightarrow \neg D(x,2) \vee \neg D(x,3))$
- $\forall x (D(x,y) \rightarrow \neg P(2) \wedge \neg P(3))$
- $\forall x (D(x,y) \rightarrow \neg P(2) \wedge \neg P(3))$

**Вариант 2**

1. Связанные и несвязанные переменные.
2. Общезначимость формул в ИП.
3. Задание 1.

Доказать или опровергнуть теорему:

Посылки:  $A \rightarrow B, \neg A \rightarrow C,$

Заключение:  $B \vee C$

4. Задание 2.

Записать, введя необходимые предикаты, в виде формулы логики предикатов следующее рассуждение:

Все политики – лицедеи. Некоторые лицедеи – лицемеры. Значит, некоторые политики – лицемеры.

5. Задание 3.

Даны утверждения  $A(n)$ : «число  $n$  делится на 3»

$B(n)$ : «число  $n$  делится на 2»

$C(n)$ : «число  $n$  делится на 4»

$D(n)$ : «число  $n$  делится на 6»

$E(n)$ : «число  $n$  делится на 12»

Указать, какие из следующих утверждений истинны

- a)  $\forall n(A(n) \wedge B(n) \rightarrow E(n))$
- b)  $\exists n(B(n) \wedge C(n) \rightarrow \neg D(n))$
- c)  $\forall n(A(n) \wedge B(n) \rightarrow D(n))$
- d)  $\forall n(A(n) \wedge B(n) \rightarrow \neg D(n))$

### Вариант 3

1. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты.

2. Противоречивости формул в ИП.

3. Задание 1.

Доказать или опровергнуть теорему с помощью алгоритма Вонга:

Посылки:  $(A \vee B \rightarrow C) \wedge D, D \rightarrow E, \neg E$

Теорема:  $\neg A$ .

4. Задание 2.

Записать, введя необходимые предикаты, в виде формулы логики предикатов следующее рассуждение:

Друг моего друга – мой друг.

5. Задание 3.

Пусть  $f$  – одноместный,  $g$  – двуместный,  $h$  – трехместный функциональные символы. Какие из следующих выражений являются термами?

- a)  $f(g(x_0, x_1))$
- b)  $g(f(x_2), h(x_1, x_0, x_2))$
- c)  $f(g(x_0), h(x_0, x_1, x_2))$
- d)  $h(h(x_0, x_1))$

### Вариант 4

1. Язык исчисления предикатов.

2. Теорема дедукции и ее следствие.

3. Задание 1.

Доказать или опровергнуть теорему на основе теоремы дедукции (1-я версия):

Посылки:  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, S \wedge Q \rightarrow T, \neg T$

Теорема:  $\neg P \vee \neg R$

4. Задание 2.

Записать, введя необходимые предикаты, в виде формулы логики предикатов следующее рассуждение:

Каждый любит сам себя. Значит, кого-то кто-нибудь любит.

5. Задание 3.

Какие из следующих высказываний истинные? Считать, что  $x$  и  $y$  принадлежат множеству действительных чисел

- a)  $\forall x \exists y (x - y = 2)$
- b)  $\exists y \forall x (x - y = 2)$
- c)  $\forall x \forall y (x - y = 2)$
- d)  $\exists y \exists x (x - y = 2)$

### Вариант 5

1. Логические операции над предикатами.

2. Принцип силлогизма и метод резолюций доказательства теорем в ИП

3. Задание 1.

Доказать противоречивость формул множества предложений:

1)  $A \rightarrow \overline{B \wedge C}$ , 2)  $D \vee E \rightarrow G$ , 3)  $G \rightarrow \overline{H \vee I}$ , 4)  $\overline{C} \wedge E \wedge H$ .

4. Задание 2.

Записать, введя необходимые предикаты, в виде формулы логики предикатов следующее рассуждение:

Не более чем один объект обладает свойством Р.

5. Задание 3.

Укажите тавтологии алгебры предикатов:

1.  $\overline{\forall x P(x)} \leftrightarrow \exists x \overline{P(x)}$
2.  $\overline{\exists x P(x)} \leftrightarrow \forall x \overline{P(x)}$
3.  $\overline{\forall x P(x)} \leftrightarrow \forall x \overline{P(x)}$ ;
4.  $\overline{\exists x P(x)} \leftrightarrow \overline{\exists x \overline{P(x)}}$ ;
5.  $\forall x P(x) \leftrightarrow \overline{\exists x \overline{P(x)}}$ ;
6.  $\exists x P(x) \leftrightarrow \overline{\forall x \overline{P(x)}}$ ;
7.  $\forall x P(x) \leftrightarrow \exists x \overline{P(x)}$ ;
8.  $\exists x P(x) \leftrightarrow \forall x \overline{P(x)}$ .

- a) 1, 3, 5, 7
- b) 1, 2, 5, 6
- c) 2, 4, 7, 8
- d) 1,2,3

**Комплект заданий для контрольной работы №3 для первой аттестации**

Время выполнения 60 мин.

• Количество вариантов контрольной работы - 5

• Количество заданий в каждом варианте контрольной работы - 4

• Форма работы – самостоятельная, индивидуальная.

**Вариант 1**

1. Универсум Эрбрана и эрбрановская база. Теорема Эрбрана. Определение семантического дерева.

2. Принцип силлогизма и метод резолюций. Понятие резолюции. Алгоритм метода резолюций.

3. Задание 1.

Представить в словесной форме следующую формулу:  $\exists x \exists y (R(x, y) \wedge S(x, y))$ ,

где предикаты: R(x,y) – «прямая x пересекается с прямой y»; S(x,y) – «прямая x параллельна прямой y»,  $x, y \in X$ , X – множество прямых

4. Задание 2.

Преобразовать заданную формулу в предваренную нормальную форму, а затем привести к стандартному виду:

$$\forall x (\forall y (\exists z P(x, y, z) \wedge (\exists v Q(x, v) \rightarrow \exists v Q(y, v))))$$

**Вариант 2**

1. Общезначимость и противоречивость формул в ИП. Проверка общезначимости и противоречивости формул.

2. Понятие унификатора и наиболее общего унификатора. Понятие дерева опровержения.

3. Задание 1.

Записать на языке предикатов: «всякое  $N$ , делящееся на 12, делится на 2, 4 и 6».

4. Задание 2.

Преобразовать заданную форму в предваренную нормальную форму, а затем привести к стандартному виду:

$$\exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x))).$$

Вариант 3

1. Логическое следование в ИП. Нормальные формы.

2. Определение алгоритма (в интуитивном смысле). Свойства алгоритма.

3. Задание 1.

Записать на языке предикатов:

Детям до 16 лет ( $D(x)$ ) и роботам ( $R(x)$ ) входить ( $B(x)$ ) запрещено.

4. Задание 2.

Преобразовать заданную форму в предваренную нормальную форму, а затем привести к стандартному виду:

$$\exists x (\forall y (P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x))).$$

Вариант 4

1. Особенности вывода в ИП. Процедура стандартизации переменных.

2. Определение алгоритма. Семь параметров, характеризующих алгоритм.

3. Задание 1.

Записать высказывание в виде кванторной формулы логики предикатов: «Через две различные точки проходит единственная прямая».

4. Задание 2.

Преобразовать заданную форму в предваренную нормальную форму, а затем привести к стандартному виду:

$$\exists x \forall y (P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x))).$$

Вариант 5

1. Правила стандартизации формул в ИП.

2. Основные алгоритмические модели, уточняющие понятие алгоритма.

3. Задание 1.

Записать на языке предикатов, что предложение «Нынешний король Франции лыс» не соответствует действительности.

4. Задание 2.

Преобразовать заданную форму в предваренную нормальную форму, а затем привести к стандартному виду:

$$\forall x (\exists y (P(x, y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x))).$$

Критерии оценки уровня сформированности компетенций при проведении контрольной работы:

- оценка «отлично»: продемонстрировано грамотное последовательное решение задач (заданий) при правильно выбранном алгоритме. Даны верные ответы на все вопросы и условия задач (заданий). При необходимости сделаны пояснения и выводы (содержательные, достаточно полные, правильные, учитывающие специфику проблемной ситуации в задаче или с незначительными ошибками);

- оценка «хорошо»: грамотное последовательное решение задач (заданий) при правильно выбранном алгоритме. Однако, ответы на вопросы и условия задач (заданий) содержат незначительные ошибки. Пояснения и выводы отсутствуют или даны неверно;

- оценка «удовлетворительно»: обучающийся ориентируется в материале, но применяет его неверно, выбирает неправильный алгоритм решения задач (неверные исходные данные, неверная последовательность решения и др. ошибки), допускает вычислительные ошибки. Пояснения и выводы отсутствуют или даны неверно;
- оценка «неудовлетворительно»: обучающийся слабо ориентируется в материале, выбирает неправильный алгоритм решения, допускает значительное количество вычислительных ошибок. Пояснения и выводы отсутствуют.

### 3.3. Задания для промежуточной аттестации (экзамена)

#### Список вопросов к экзамену

1. Высказывания. Логические связки и порядок их выполнения.
2. Истинностные таблицы высказываний для основных логических операций.
3. Формулы и формализация высказываний. Способы нахождения значений формулы.
4. Общезначимость (тавтологичность) формул в ИВ. Способы определения общезначимости формул.
5. Правила получения общезначимых формул (тавтологий) в ИВ. Понятие негатива. Теорема о связи негатива с общезначимостью.
6. Логическая равносильность. Основные равносильности (законы) в ИВ. Законы логики Аристотеля.
7. Обратные и противоположные высказывания. Законы контрапозиции.
8. Логическое следование: аргумент, посылка, заключение. Формальная запись аргумента. Правильные и неправильные аргументы. Теорема о правильности аргумента.
9. Аксиомы в ИВ. Системы аксиом. Требования к системе аксиом, система аксиом Гильберта и другие системы.
10. Правила вывода в ИВ: правило заключения (*modus ponens*), правило подстановки.
11. Теорема дедукции в ИВ: первая версия (о прямом доказательстве).
12. Теорема дедукции – вторая версия (о доказательстве от противного).
13. Алгоритм Вонга доказательства теорем в ИВ.
14. Алгоритм метода резолюций доказательства теорем в ИВ. Принцип силлогизма.
15. Правила естественного вывода в ИВ. Правила ввода-вывода конъюнкции и дизъюнкции.
16. Правила естественного вывода в ИВ. Правила ввода-вывода импликации и эквиваленции.
17. Понятие предиката. Местность предиката. Тождественно истинные и тождественно ложные предикаты.
18. Логические операции над предикатами Понятие связанных и свободных переменных.
19. Язык предикатов первого порядка. Синтаксис.
20. Понятие универсума. Двойственность формул с кванторами  $\exists$  и  $\forall$ .
21. Определение формулы в исчислении предикатов (ИП): простые и составные (термы, атомы, формулы).
22. Универсум Эрбрана и эрбрановская база. Теорема Эрбрана. Определение семантического дерева.
23. Общезначимость и противоречивость формул в ИП. Проверка общезначимости и противоречивости формул.
24. Логическое следование в ИП. Нормальные формы.
25. Особенности вывода в ИП. Процедура стандартизации переменных.
26. Правила стандартизации формул в ИП.

27. Принцип силлогизма и метод резолюций. Понятие резолюции. Алгоритм метода резолюций.
28. Понятие дерева опровержения.
29. Определение алгоритма (в интуитивном смысле). Свойства алгоритма.
30. Определение алгоритма. Семь параметров, характеризующих алгоритм.
31. Основные алгоритмические модели, уточняющие понятие алгоритма.
32. Рекурсивные функции простейшие (базовые), операторы. Связь с определением алгоритма.
33. Машина Тьюринга. Вычислимость по Тьюрингу. Связь с определением алгоритма.
34. Нормальный алгоритм (алгорифм) Маркова. Связь с определением алгоритма.
35. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Тезис Черча.
36. Теоремы Гёделя о неполноте формальных систем.

### Практические задания к экзамену

#### **Задание 1.**

Введены обозначения: А - "Сегодня ясно", В - "Сегодня идет дождь", С - "Сегодня идет снег", D - "Вчера было пасмурно". Описать высказывания, имеющие следующую символическую запись:

- а)  $(A \wedge D) \rightarrow (\overline{B \wedge C})$ ;
- б)  $\overline{D} \rightarrow A \vee B \vee \overline{C}$ ;
- в)  $B \wedge \overline{C} \rightarrow D \vee \overline{A}$ ;
- г)  $D \wedge A \rightarrow \overline{B \wedge C}$ ;
- д)  $B \vee C \rightarrow \overline{A} \wedge D$ .

#### **Задание 2.**

Доказать общезначимость закона контрапозиции аналитически и с помощью таблицы истинности:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (\overline{B} \rightarrow \overline{A})$$

#### **Задание 3.**

Доказать общезначимость формулы, построив таблицу истинности:

$$(P \rightarrow (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R))$$

#### **Задание 4.**

Упростить формулу:

$$\left( x \wedge \overline{x} \wedge \overline{x} \rightarrow y \wedge \overline{y} \rightarrow z \right) \vee x \vee (y \wedge z) \vee (\overline{y} \wedge z);$$

#### **Задание 5.**

Доказать тождественную истинность или тождественную ложность формулы

$$(z \rightarrow x) \rightarrow ((z \rightarrow y) \rightarrow (z \rightarrow x \wedge y))$$

#### **Задание 6.**

Доказать или опровергнуть теорему:

Посылки:  $C \rightarrow A, B \vee C, B \rightarrow D, D \rightarrow A$

Теорема:  $A$

#### **Задание 7.**

Определите, какие из формул тождественно ложны:

- а)  $\overline{\overline{A}}$
- б)  $A \rightarrow A$
- в)  $A \vee \neg A$
- г)  $A \wedge \neg A$
- е)  $A \leftrightarrow \neg A$
- ж)  $A \rightarrow B$

**Задание8.**

Дайте словесную формулировку следующих высказываний и определите, какие из них истинные, а какие ложные. Считать, что  $x$  и  $y$  принадлежат множеству действительных чисел

$$\begin{aligned} & \forall x \exists y (x + y = 7); \\ & \exists y \forall x (x + y = 7); \\ & \forall x \forall y (x + y = 7). \end{aligned}$$

**Задание9.**

Доказать или опровергнуть теорему с помощью алгоритма метода резолюций:

Посылки:  $P \rightarrow Q, R \rightarrow S, S \wedge Q \rightarrow T, \bar{T}$

Теорема:  $\bar{P} \vee \bar{R}$

**Задание10.**

Пусть даны предикаты на множестве натуральных чисел:

$P(x)$ : « $x$  простое число»,  $D(x,y)$ : « $x$  делится на  $y$ ».

Представьте в символьной форме предложение «Любое простое число не делится на 2, а также не делится на 3».

**Задание11.**

Нормальный алгоритм Маркова в алфавите  $A = \{0, 1, a\}$  задается схемой

$$\begin{aligned} a1 & \rightarrow 0a \\ a0 & \rightarrow 1a \\ a & \rightarrow \bullet \\ \Lambda & \rightarrow a \end{aligned}$$

Примените его к следующим словам:

101, 111, 001, 1001

**Задание12.**

Доказать теорему с помощью алгоритма Вонга:

Посылки:  $A \rightarrow (B \wedge C), B \rightarrow D, C \rightarrow E, \bar{A} \rightarrow F$

Теорема:  $(D \wedge E) \vee F$

**Задание13.**

Нормальный алгоритм в алфавите  $A = \{a, b\}$  задается схемой:

$$\begin{aligned} ab & \rightarrow a \\ b & \rightarrow \Lambda \\ a & \rightarrow b \end{aligned}$$

Примените его к следующим словам:

abbaab, aabbbbaa, bababab, aaaa,

**Задание14.**

Нормальный алгоритм Маркова в алфавите  $A = \{a, b\}$  задается схемой

$$bb \rightarrow ba, ba \rightarrow a, a \rightarrow \Lambda, b \rightarrow \bullet \Lambda.$$

Примените его к следующим словам:

bbaab, aaaa, baab

**Задание15.**

Преобразовать заданную форму в предваренную нормальную форму, а затем привести к стандартному виду:

$$\forall x(\exists y(P(x,y) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x)))$$

**Задание16.**

Пусть даны предикаты на множестве натуральных чисел:

$P(x)$ : « $x$  простое число»,

$D(x,y)$ : « $x$  делится на  $y$ ».

Записать в символьной форме предложение «Любое простое число не делится на 2, а также не делится на 3».

**Задание17.**

Формула  $\neg \exists x \forall y A$  равносильна формуле

a)  $\exists x \forall y \neg A$  b)  $\forall x \exists y \neg A$  c)  $\forall x \forall y \neg A$  d)  $\forall x \exists y A$  e)  $\forall x \forall y A$

**Задание18.**

Формула  $\neg(\exists x A(x) \wedge \forall x D(x))$  равносильна формуле

- a)  $\exists x \neg A(x) \wedge \forall x \neg D(x)$
- b)  $\forall x \neg A(x) \vee \exists x \neg D(x)$
- c)  $\exists x A(x) \rightarrow \forall x \neg D(x)$
- d)  $\forall x A(x) \leftrightarrow \exists x \neg D(x)$
- e)  $\forall x \neg A(x) \wedge \exists x D(x)$

**Задание19.**

Нормальный алгоритм Маркова в алфавите  $A = \{a, b\}$  задается схемой

$$\left[ \begin{array}{l} *aa \rightarrow a *a \quad (1) \\ *ab \rightarrow b *a \quad (2) \\ *ba \rightarrow a *b \quad (3) \\ *bb \rightarrow b *b \quad (4) \\ * \mapsto \quad (5) \\ \rightarrow * \quad (6) \end{array} \right]$$

Примените его к следующим словам:

- 1) bbaab, 2) baab

**Задание20.**

К какой паре дизъюнктов применимо правило резолюции

a)  $P \vee Q$  и  $\neg Q \vee \neg R \vee T$

b)  $P \vee Q$  и  $P \vee Q \vee \neg T$

c)  $\neg T$  и  $\neg P$

d)  $P$  и  $T \vee Q \vee \neg P$

e)  $T \vee Q$  и  $Q \vee R \vee P$

Примените это правило.

## **Критерии оценки уровня сформированности компетенций по результатам проведения экзамена:**

- оценка «**отлично**»: обучающийся дал полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, проявил совокупность осознанных знаний об объекте, доказательно раскрыл основные положения темы. В ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, явлений. Обучающийся подкрепляет теоретический ответ практическими примерами. Ответ сформулирован научным языком, обоснована авторская позиция обучающегося. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа или с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. Обучающийся демонстрирует грамотное решение задач, использование правильных методов решения при незначительных вычислительных погрешностях (арифметических ошибках). Обучающимся продемонстрирован высокий уровень владения компетенцией(-ями);

- оценка «**хорошо**»: обучающимся дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, проявлено умение выделять существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, но есть недочеты в формулировании понятий, решении задач. При ответах на дополнительные вопросы допущены незначительные ошибки. Продемонстрировано использование правильных методов при решении задачи при наличии 1-2 ошибок. Обучающимся продемонстрирован повышенный уровень владения компетенцией(-ями);

- оценка «**удовлетворительно**»: обучающимся дан неполный ответ на вопрос, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, нарушена логика ответа, не сделаны выводы. Речевое оформление требует коррекции. Обучающийся испытывает затруднение при ответе на дополнительные вопросы. Обучающийся использует верные методы решения, но правильные ответы в большинстве случаев (в том числе из-за арифметических ошибок) отсутствуют. Обучающимся продемонстрирован базовый уровень владения компетенциями;

- оценки «**неудовлетворительно**»: обучающийся испытывает значительные трудности в ответе на вопрос, допускает существенные ошибки, не владеет терминологией, не знает основных понятий, не может ответить на «наводящие» вопросы преподавателя. обучающимся использованы неверные методы решения, отсутствуют верные ответы. Обучающимся продемонстрирован низкий уровень владения компетенциями.

**Форма экзаменационного билета (пример оформления)**

**ФГБОУ ВО  
«Дагестанский государственный технический университет»**

Дисциплина: «Математическая логика и теория алгоритмов»

Профиль: 090304 - «Программная инженерия»

Кафедра: Программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

**3 курс, 5 семестр, очная форма обучения**

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Общезначимость (тавтологичность) формул в ИВ. Способы определения общезначимости формул.
2. Правила стандартизации формул в ИП..
3. Доказать общезначимость закона контрапозиции аналитически и с помощью таблицы истинности:  
$$(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$$

Экзаменатор ..... И.О.Ф.

Утвержден на заседании кафедры (протокол №\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.)

Зав. кафедрой ПОВТиАС.....И.О.Ф.